Sujet de mathématiques du brevet des collèges

NOUVELLE CALÉDONIE

9 décembre 2016

Durée : 2h00

Calculatrice autorisée
La qualité de la rédaction, l'orthographe et la rédaction comptent pour 4 points.

Exercice 1 : Questionnaire à choix multiples **5 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte. Sur la copie, indiquer le numéro de la question et la réponse choisie.
On ne demande pas de justifier. Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

		Réponses proposées		
	Question	A	B	C
1	Si une voiture roule à une allure régulière de 60 km/h, quelle distance va-t-elle parcourir en 1 h 10 min ?	110 km	70 km	66 km
2	Dans la salle 1 du cinéma, il y a 200 personnes dont 40 % sont des femmes. Dans la salle 2, sur les 160 personnes, 50 % sont des femmes. Quelle affirmation est vraie ?	Il y a plus de Il y a plus de femmes dans la salle 1.	Il y a plus de femmes dans la salle 2.	Il y a autant de femmes dans les deux salles.
3	Quelle est l'aire d'un carré dont les côtés mesurent 10 cm ?	10 cm^2	1 dm^2	1 m^2
4	$1^1 + 2^2 + 3^3 = ?$	32	14	12
5	Quelle est la solution de l'équation $2x + 4 = 5x - 2$?	$6x$	0	2

Exercice 2 : Jeu vidéo **4 points**

Dans un jeu vidéo, pour gagner des points d'expérience et faire évoluer son personnage, il faut participer à des combats.
Chaque victoire rapporte un nombre de points fixe. Il en est de même pour chaque défaite.
Gabriel a déjà accumulé 1 350 points avec 21 victoires et 9 défaites.
Son frère Nathaniel a obtenu 12 victoires pour 18 défaites et a totalisé 900 points.

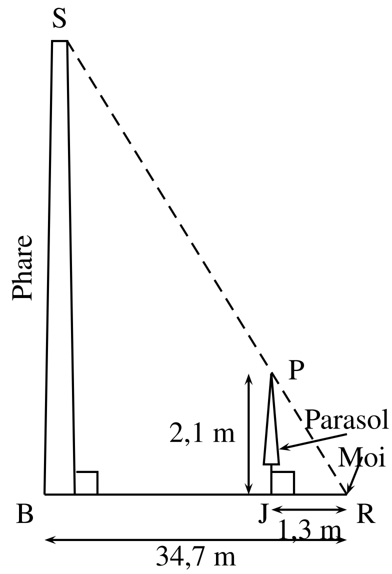
Combien de points gagne-t-on à ce jeu en cas de victoire ? En cas de défaite ? On écrira les calculs qui permettent de justifier les réponses.

Exercice 3 : Phare Amédée **3 points**

Pendant les vacances, Robin est allé visiter le phare Amédée.

Lors d'une sieste sur la plage il a remarqué que le sommet d'un parasol était en parfait alignement avec le sommet du phare. Robin a donc pris quelques mesures et a décidé de faire un schéma de la situation dans le sable pour trouver une estimation de la hauteur du phare.

Les points B, J et R sont alignés.
(SB) et (BR) sont perpendiculaires.
(PJ) et (BR) sont perpendiculaires.



Quelle hauteur, arrondie au mètre, va-t-il trouver à l'aide de son plan ? Justifier la réponse.

Exercice 4 : Petite marche **3 points**

Thomas et Hugo décident d'aller marcher ensemble. Thomas fait des pas de 0,7 mètres à un rythme de 5 pas toutes les 3 secondes. Hugo, lui, fait des pas de 0,6 mètres au rythme de 7 pas en 4 secondes.
Lequel des deux avance le plus vite ? Expliquer la réponse.

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 5 : Programmation **3 points**

Voici deux programmes de calcul :

Programme A	**Programme B**
Choisir un nombre de départ	Choisir un nombre de départ
Multiplier ce nombre par - 3	Multiplier ce nombre par 2
Soustraire 12 au résultat	Ajouter 5 au résultat
	Multiplier le tout par 3
Écrire le résultat.	Écrire le résultat.

1. On choisit -8 comme nombre de départ.
   (a) Prouver par le calcul que le résultat obtenu avec le programme A est 12.
   (b) Calculer le résultat final avec le programme B.
2. Sandro affirme : « Si on choisit le même nombre de départ pour les deux programmes, le résultat du programme A est toujours supérieur à celui du programme B. »
   Prouver qu'il se trompe.
3. Anne affirme : « Avec le programme B j'ai trouvé un résultat égal à mon nombre de départ ».
   Quel était son nombre de départ ?

Exercice 6 : Chandelier **3 points**

Pour son mariage, un couple souhaite décorer la salle avec des chandeliers ornés de bougies dorées et de bougies argentées. Les futurs mariés ont commandé sur un site internet une fin de stock et reçoivent donc 180 bougies dorées et 108 bougies argentées.
Ils veulent préparer le plus de chandeliers identiques possible sans gaspillage. C'est-à-dire que :

- Le nombre de bougies dorées est le même dans tous les chandeliers.
- Le nombre de bougies argentées est aussi le même dans tous les chandeliers.
- Toutes les bougies doivent être utilisées.

1. Combien de chandeliers doivent-ils acheter ? Justifier la réponse.
2. Combien de bougies de chaque couleur y aura-t-il sur chaque chandelier ?

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 7 : Livraison de pizzas **8 points**

Trois jeunes amis décident de travailler le soir après les cours pour gagner un peu d'argent. Comme ils ont le permis de conduire, ils s'orientent vers la livraison de pizzas. Ils ont réussi à trouver un emploi dans trois pizzerias différentes.

- David va recevoir un salaire fixe de 70 000 F par mois.
- Guillaume aura un salaire mensuel composé d'une partie fixe de 50 000 F à laquelle s'ajoutent 100 F par livraison effectuée.
- Angelo sera payé chaque mois 200 F par livraison.

1. Si durant un mois les pizzerias ne reçoivent que très peu de commandes, qui devrait gagner le plus d'argent ?
2. Pour cette question, utiliser l'annexe 1 en page 7.
   (a) Compléter le tableau.
   (b) Durant un mois, combien de livraisons Guillaume doit-il effectuer pour avoir le même salaire que celui de David ?
3. Dans cette question, x désigne le nombre de livraisons effectuées durant un mois. f, g et h sont trois fonctions définies par :

   - $f(x) = 70\ 000$
   - $g(x) = 200x$
   - $h(x) = 100x + 50\ 000$

   (a) Associer chacune de ces fonctions à l'un des trois salaires.
   (b) Dans le repère de l'annexe 2, écrire le nom de la fonction correspondant à chaque droite.
   (c) À l'aide du graphique de l'annexe 2 , déterminer le nombre de livraisons à partir duquel Angelo sera celui qui recevra le plus gros salaire mensuel.

Exercice 8 : À table **3 points**

Alexis a une table carrée de 2 mètres de côté. Au magasin, la seule nappe qui lui plaît est une nappe ronde de 2,5 mètres de diamètre.
Cette nappe sera-t-elle assez grande pour recouvrir entièrement la table (évidemment, Alexis ne découpera pas la nappe) ? Justifier la réponse.

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 9 : Chasse au trésor **4 points**

On souhaite organiser une chasse au trésor dans toute la Nouvelle-Calédonie.
Des balises seront cachées dans chacune des trois Provinces de Nouvelle-Calédonie.
Certaines d'entre-elles contiendront une clé.

Voici leur répartition :

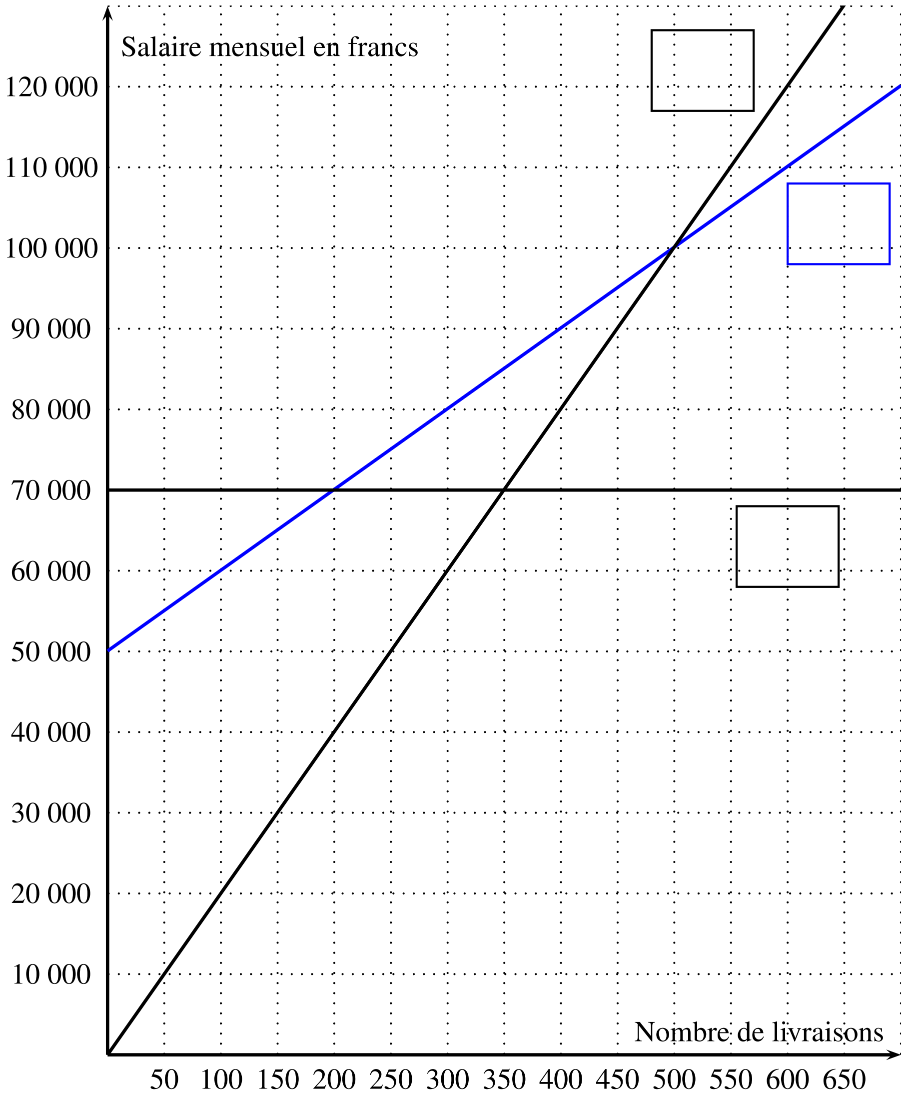
- en Province Sud sont situées 7 balises, dont 4 avec une clé,
- en Province Nord sont situées 5 balises, dont 3 avec une clé,
- en Province des Iles sont situées 3 balises, dont 2 avec une clé.

1. L'équipe des Notous a découvert une balise en Province Nord. Quelle est la probabilité qu'une clé se trouve à l'intérieur ?
2. L'équipe des Notous a bien trouvé une clé dans cette première balise. Ils découvrent une seconde balise en Province Nord. Quelle est la probabilité qu'elle contienne une clé ?
3. L'équipe des Cagous a découvert deux balises dans la Province des Îles. Quelle est la probabilité que cette équipe ait trouvé au moins une clé ?

ANNEXE 1 - Exercice 7

Nombre de livraisons par mois	50	200	300	600
Salaire de David en francs	70 000	...	...	...
Salaire de Guillaume en francs	55 000	...	...	...
Salaire d'Angelo en francs	10 000	...	...	...

ANNEXE 2 - Exercice 7



Correction

NOUVELLE-CALÉDONIE - Décembre 2016

Exercice 1

1. Plusieurs méthodes possibles :
$1\ h\ 10\ min = 70\ min$
On peut utiliser un tableau de proportionnalité.

Temps	$60\ min$	$70\ min$
Distance	$60\ km$	$\dfrac{60\ km \times 70\ min}{60\ min} = 70\ km$

Sinon par retour à l'unité.
$60\ km$ en $1\ h$ correspond à $1\ km$ par minute.
Donc en $1\ h\ 10\ min = 70\ min$ on parcoure $70\ km$.

$\boxed{\textbf{1.B}}$

2. 40% de 200 correspond à $200 \times \dfrac{40}{100} = 80$
50% de 160 correspond à $160 \div 2 = 80$
Il y a donc 80 femmes dans chacune des deux salles.

$\boxed{\textbf{2.C}}$

3. $10\ cm \times 10\ cm = 100\ cm^2 = 1\ dm^2$
Ou encore : $10\ cm = 1\ dm$ et donc $1\ dm \times 1\ dm = 1\ dm^2$

$\boxed{\textbf{3.B}}$

4. $1^1 + 2^2 + 3^3 = 1 + 2 \times 2 + 3 \times 3 \times 3 = 1 + 4 + 27 = 32$

$\boxed{\textbf{4.A}}$

5. Résolvons :

$$2x + 4 = 5x - 2$$
$$2x - 5x = -2 - 4$$
$$-3x = -6$$
$$x = \frac{-6}{-3}$$
$$x = 2$$

$\boxed{\textbf{5.C}}$

Exercice 2

On peut résoudre cet exercice avec un système de deux équations à deux inconnues (voir plus bas) mais aussi avec un raisonnement reposant sur une combinaison :
21 victoires et 9 défaites rapportent 1 350 points donc 42 victoires et 18 défaites rapporteraient 2 700 points.
Or 12 victoires et 18 défaites rapportent 900 points.
En soustrayant les deux dernières affirmations on arrive à 30 victoires qui rapportent 1 800 points.
$1\ 800 \div 30 = 60$. Ainsi une victoire rapporte 60 points.
12 victoires rapportent $60 \times 12 = 720$
Comme 12 victoires et 18 défaites rapportent 900 points, 18 défaites rapportent 180 points soit 10 points par défaite.

Passons à un raisonnement plus algébriques en posant x les points d'une victoire et y les points d'une défaite.
On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} 21x+9y=1\ 350 \\ 12x+18y=900 \end{cases}$$

Multiplions la première ligne par 2.

$$\begin{cases} 42x+18y=2\ 700 \\ 12x+18y=900 \end{cases}$$

On soustrait les deux lignes :

$$30x = 1\ 800$$
$$x = \frac{1\ 800}{30}$$
$$x = 60$$

Puis on substitue dans la première ligne :

$$21 \times 60 + 9y = 1\ 350$$
$$1\ 260 + 9y = 1\ 350$$
$$9y = 90$$
$$y = 10$$

On peut vérifier ensuite la validité de la réponse trouvée :
$21 \times 60 + 9 \times 10 = 1\ 260 + 90 = 1\ 350$
$12 \times 60 + 18 \times 10 = 720 + 180 = 900$

$\boxed{\text{Une victoire rapporte 60 points, une défaite rapporte 10 points.}}$

Exercice 3

Cette situation ressemble à une configuration de Thalès.
Comme (SB) et (BJ) sont perpendiculaires à la droite (BR)
On sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles**
Du coup $(SB)//(BJ)$
Dans le triangle SBR, $J \in (BR)$ et $P \in (SR)$, $(SB)//(BJ)$
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{RP}{RS} = \frac{RJ}{RB} = \frac{PJ}{SB}$$
$$\frac{RP}{RS} = \frac{1,3\ m}{34,7\ m} = \frac{2,1\ m}{SB}$$

Ainsi $SB = \dfrac{34,7\ m \times 2,1\ m}{1,3\ m} = \dfrac{72,87\ m^2}{1.3\ m} \approx 56\ m.$

$\boxed{\text{Le phare mesure environ 56 } m}$

Exercice 4

Il faut faire le tri dans les informations et les rendre comparables.
Un pas de $0,7\ m$ et un rythme de 5 pas en $3\ s$
$0,7\ m \times 5 = 3,5\ m$, soit $3,5\ m$ en $3\ s$
Un pas de $0,6\ m$ et un rythme de 7 pas en $4\ s$
$0,6\ m \times 7 = 4,2\ m$, soit $4,2\ m$ en $4\ s$
Il faut maintenant se ramnener à un temps semblable.
$3,5\ m \div 3 \approx 1,67\ m$ en $1\ s$
$4,2\ m \div 4 \approx 1,05\ m$ en $1\ s$
Ou alors on peut se ramener à $12\ s$
$3,5\ m \times 4 = 14\ m$ en $12\ s$
$4,2\ m \times 3 = 12,6\ m$ en $12\ s$

Thomas marche le plus vite !

Exercice 5

1.a Pour -8 on obtient $-8 \times (-3) = 24$ puis $24 - 12 = 12$

Pour le programme A avec le nombre -8 on obtient 12

1.b Pour -8 on obtient $-8 \times 2 = -16$ puis $-16 + 5 = -11$ et $-11 \times 3 = -33$

Pour le programme B avec le nombre -8 on obtient -33

2. La conjecture semble vraie avec -8
Si on part de 0, le programme A donne $0 - 12 = -12$
Le programme B donne $5 \times 3 = 15$

La conjecture de Sandro est fausse.

3. Posons x le nombre de départ.
On obtient successivement : $2x$ puis $2x + 5$ et enfin $3(2x + 5) = 6x + 15$
Il faut résoudre l'équation :

$$6x + 15 = x$$

$$6x - x = -15$$

$$5x = -15$$

$$x = -3$$

Testons ce résultat : $2 \times (-3) = -6$ puis $-6 + 5 = -1$ et enfin $-1 \times 3 = -3$

En prenant -3 au départ on obtient -3 avec le programme B

Exercice 6

C'est un exercice d'arithmétique qui fait penser au *PGCD*

1. Le nombre de chandeliers est le plus grand diviseur commun aux nombres 180 et 108
Calculons ce *PGCD* par **l'algorithme d'Euclide** :

$$180 = 108 \times 1 + 72$$

$$108 = 72 \times 1 + 36$$

$$72 = 36 \times 2$$

Donc $PGCD(180;108) = 36$

$\boxed{\text{Ils doivent acheter 36 chandeliers}}$

2. $180 = 36 \times 5$ et $108 = 36 \times 3$

$\boxed{\text{Il y aura 5 bougies dorées et 3 bougies argentées sur chaque chandelie.}}$

Exercice 7

1. $\boxed{\text{David a un salaire fixe indépendant du nombre de pizza vendu !}}$

2.a
ANNEXE 1 - Exercice 7

Nombre de livraisons par mois	50	200	300	600
Salaire de David en F	70 000	70 000	70 000	70 000
Salaire de Guillaume en F	55 000	$50\ 000 + 200 \times 100$ 70 000	$50\ 000 + 300 \times 100$ 80 000	$50\ 000 + 600 \times 100$ 110 000
Salaire d'Angelo en F	10 000	200×200 40 000	200×300 60 000	200×600 120 000

2.b
Si on note x ce nombre de pizza, il faut résoudre :

$$50\ 000 + 100x = 70\ 000$$

$$100x = 20\ 000$$

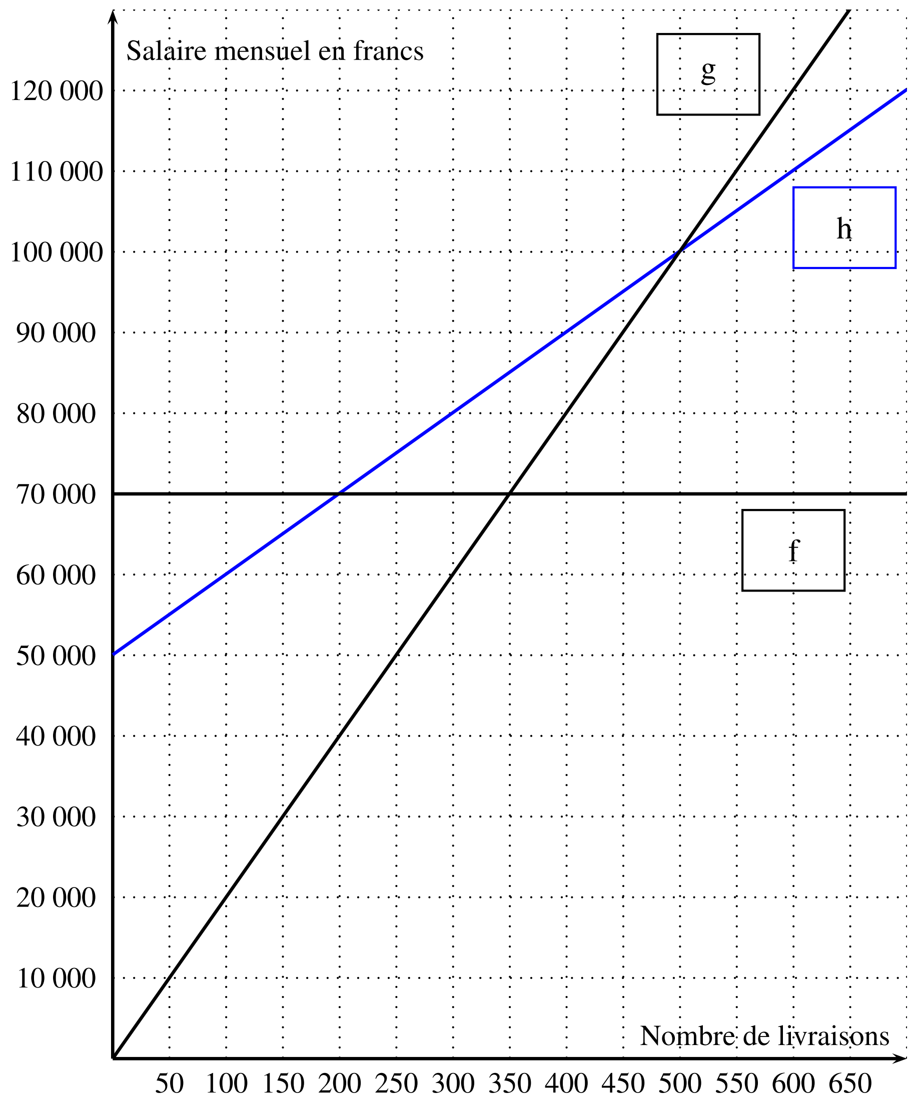
$$x = 200$$

On pouvait aussi lire le tableau !
Ou encore se dire qu'il manque 20 000 F soit 100 pizzas !

$\boxed{\text{Guillaume doit effectuer 200 livraisons pour gagner autant que David !}}$

3.a
$f(x) = 70\ 000$ correspond au salaire de David
$g(x) = 200x$ correspond au salaire d'Angelo
$h(x) = 50\ 000 + 100x$ correspond au salaire de Guillaume

3.b
ANNEXE 2 - Exercice 7

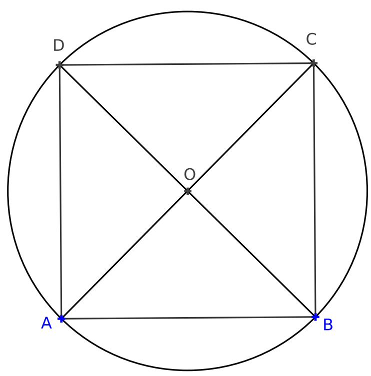


3.c On constate sur le graphique qu'à partir de 500 livraisons, Angélo aura le meilleur salaire.

Exercice 8

Tout d'abord, par curiosité, on peut calculer les aires.
La table a une aire de $(2\ m)^2 = 4\ m^2$
La nappe a un diamètre de $2,5\ m$ donc un rayon de $1,25\ m$
La nappe a une aire de $\pi \times (1,25\ m)^2 \approx 4,9\ m^2$
Donc en théorie c'est faisable, mais faut-il couper la nappe ?

On peut modéliser la situation ainsi :



Le diamètre de la nappe doit être supérieur ou égal a la diagonale de la table carrée pour pouvoir la recouvrir entièrement.
Nous allons utiliser le **théorème de Pythagore**
Dans le triangle ABC rectangle en B
D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$
$$2^2 + 2^2 = AC^2$$
$$AC^2 = 4 + 4$$
$$AC^2 = 8$$
$$AC = \sqrt{8}$$
$$AC \approx 2,83$$

La table a une diagonale de $2,83\ m$

$\boxed{\text{Cette nappe ne peut pas recouvrir entièrement la table !}}$

Exercice 9

1. Nous sommes dans une situation **d'équiprobabilité**
Il y a 5 balises dans la province Nord dont 3 avec une clé.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \dfrac{3}{5} = 0,6 \text{ soit } 60\%}$

2. Il reste maintenant 4 balises dont 2 contienent une clé.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \dfrac{2}{4} = 0,5 \text{ soit } 50\%}$

3. Il y a 3 balises dans la province des iles dont 2 avec une clé et une sans clé.
Comme ils ont trouvé 2 balises, ils ont forcément trouvé une ou deux clé, donc au moins une clé !

$\boxed{\text{Il y a 100\% de chance de trouver au moins une clé dans ce cas !}}$