

C8 : Connaître et utiliser le théorème de Pythagore

1. Carré et racine carré d'un nombre positif

Définition : a désigne un nombre positif.

Le **carré** de a est la multiplication de a par lui-même. Ce nombre se note a^2 (lire « a au carré ») et est égal à $a \times a$.

La **racine carrée** de a est le nombre positif dont le carré est a .

Ce nombre est noté \sqrt{a} (lire « racine carré de a »)

Exemples :

- $0^2 = 0$ donc $\sqrt{0} = 0$
- $1^2 = 1$ donc $\sqrt{1} = 1$
- $2^2 = 4$ donc $\sqrt{4} = 2$
- $3^2 = 9$ donc $\sqrt{9} = 3$
- $4^2 = 16$ donc $\sqrt{16} = 4$
- 17 n'est pas un carré parfait mais $16 < 17 < 25$ donc $4 < \sqrt{17} < 5$
- $5^2 = 25$ donc $\sqrt{25} = 5$
- $6^2 = 36$ donc $\sqrt{36} = 6$
- $7^2 = 49$ donc $\sqrt{49} = 7$
- $8^2 = 64$ donc $\sqrt{64} = 8$
- $9^2 = 81$ donc $\sqrt{81} = 9$
- $10^2 = 100$ donc $\sqrt{100} = 10$
- $11^2 = 121$ donc $\sqrt{121} = 11$
- $12^2 = 144$ donc $\sqrt{144} = 12$
- $13^2 = 169$ donc $\sqrt{169} = 13$

2. Le théorème de Pythagore

Propriété :

Dans un triangle rectangle, la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit est égale au carré de la longueur de l'hypoténuse.

Exemples :

ABC est le triangle rectangle en A ci-contre.

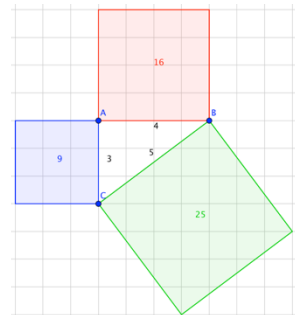
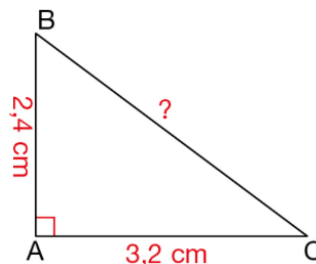
D'après l'égalité de Pythagore :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$2,4^2 + 3,2^2 = BC^2$$

$$5,76 + 10,24 = BC^2$$

$$16 = BC^2 \text{ donc } BC = 4 \text{ cm}$$



3. La réciproque du théorème de Pythagore.

Propriété :

Si dans un triangle, la somme des carrés des longueurs de deux côtés est égale au carré de la longueur du troisième côté, alors ce triangle est rectangle et ce troisième côté en est l'hypoténuse.

Exemples :

Le triangle RST représenté ci-contre est-il rectangle ?

- Le côté le plus long est $[RT]$ et $RT^2 = 6,5^2 = 42,25$.
- $SR^2 + ST^2 = 3,3^2 + 5,6^2$
 $= 10,89 + 31,36$
 $= 42,25$
- Ainsi $SR^2 + ST^2 = RT^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle RST est rectangle en S .

